Relatório de Iniciação Científica
à Direção do Curso de Ciências Moleculares

Aluno: Alexandre Hannud Abdo
Orientador: Prof. Dr. Celso Grebogi

São Paulo, Junho de 2003

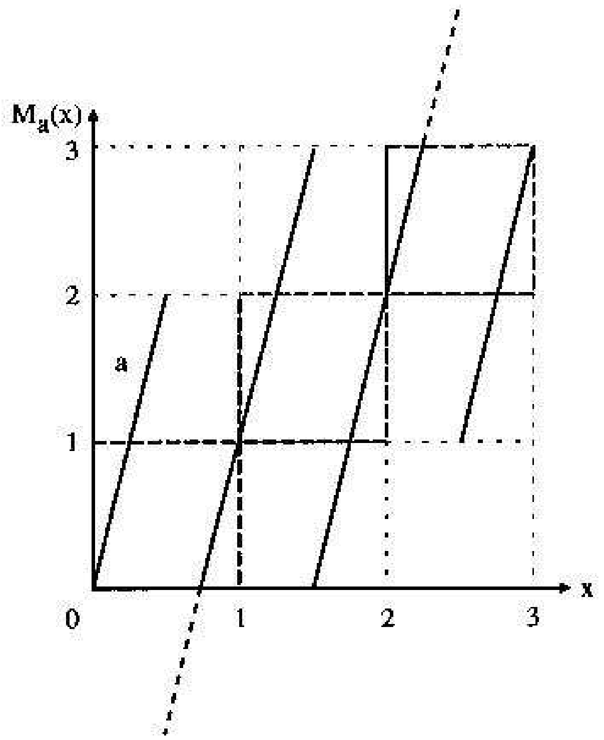
1 Histórias sem fim...

Seguindo-se a proposta do semestre passado [6], neste semestre terminou-se de programar a simulação de um sistema difusivo unidimensional [3, 4, 5] de várias partículas sob controle através do método de targeting [1 e 2]. As dificuldades de implementação, como a descontinuidade do modelo e a consequente necessidade de uma estrutura complexa para lidar com os intervalos a serem iterados, foram superadas com sucesso.
Obtiveram-se alguns resultados, mas em primeira instância o programa parecia inviável por consumir muita memória. Um fato intrínsico ao problema é que, devido à distribuição homogênea de descontinuidades e à expansividade do sistema, os intervalos iterados a partir de qualquer ponto geram novos intervalos numa proporção geométrica no tempo. Com isso, uma condição inicial mais distante do alvo, que requeira muitas iterações para que o intervalo derivado dela encubra-o, poderia levar à necessidade de alocar uma quantidade inexistente de memória para comportar os intervalos multiplicados.
Felizmente, após algumas tentativas frustradas de diminuir o impacto desse crescimento, pôde-se perceber uma particularidade do sistema em questão, que pode ser razoavelmente generalizada, e que permitiu reduzir o consumo de memória a níveis baixíssimos. Trata-se do seguinte.
Devido à limitação uniforme da função iterada menos a identidade, tem-se que cada iteração jamais levará um ponto a uma distância maior de sí mesmo que uma constante K dependente do parâmetro. Portanto se no processo geramos um intervalo de tamanho maior ou igual a K, sabemos que qualquer outro intervalo que esteja posicionado além deste só poderá atingir o alvo atravessando este intervalo. Mas isto significa que os pontos do intervalo distante só atingirão o alvo num tempo maior que algum ponto do intervalo de tamanho K, e portanto esses intervalos distantes não precisam ser considerados. Com esse 'polimento' de intervalos, o algoritmo passa a ser extremamente eficiente.
Para completar uma primeira análise das idéias aplicadas, programou-se três diferentes cirtérios para a escolha do parâmetro, relativos a minimizar a norma do sup, norma 1, e norma 2, no conjunto das partículas, do número de iteradas necessárias para chegar-se ao alvo. Um último passo que ainda será trabalhado é dar ao programa uma interface mais útil. Assim que isso for feito seu código fonte estará disponível na homepage http://cecm.usp.br/˜eris/cositas/ , licenciado sob a GNU General Public License (GPL). Também houve cuidado

de programar-se tudo para que seja possível implementar futuramente a capacidade de alterarem-se os parâmetros em tempo real durante a iteração do sistema.

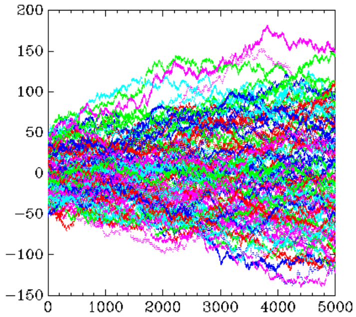
Repetimos abaixo a fórmula do sistema, e um trecho de seu gráfico para visualização, com o parâmetro "a=4".

$$M_\lambda(x) = \left\{ \begin{array}{rcl} \lfloor x \rfloor + \lambda(x - \lfloor x \rfloor) & , & 0 \leq \lfloor x \rfloor < \frac{1}{2} \\ \lfloor x \rfloor + 1 - \lambda(\lfloor x \rfloor + 1 - x) & , & \frac{1}{2} \leq \lfloor x \rfloor < 1 \end{array} \right\} , \ \lambda \geq 2$$

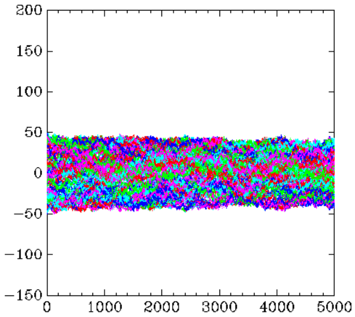


2 Fatos da vida...

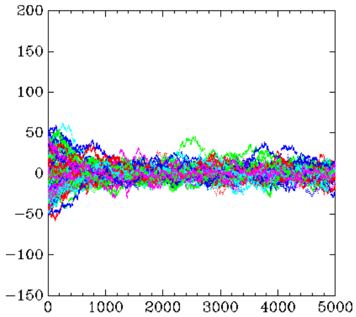
Apresentamos agora alguns resultados das simulações. Os gráficos a seguir representam a evolução temporal do sistema, o eixo X representando o tempo, o eixo Y o espaço de estados.



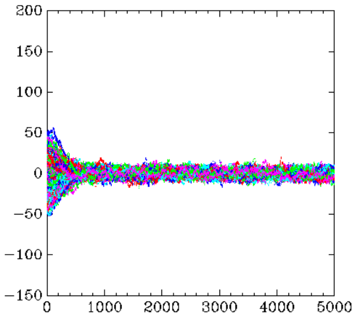
sistema livre de perturbações



controle pelo sup



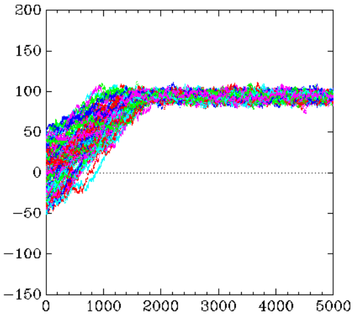
controle pela norma 1



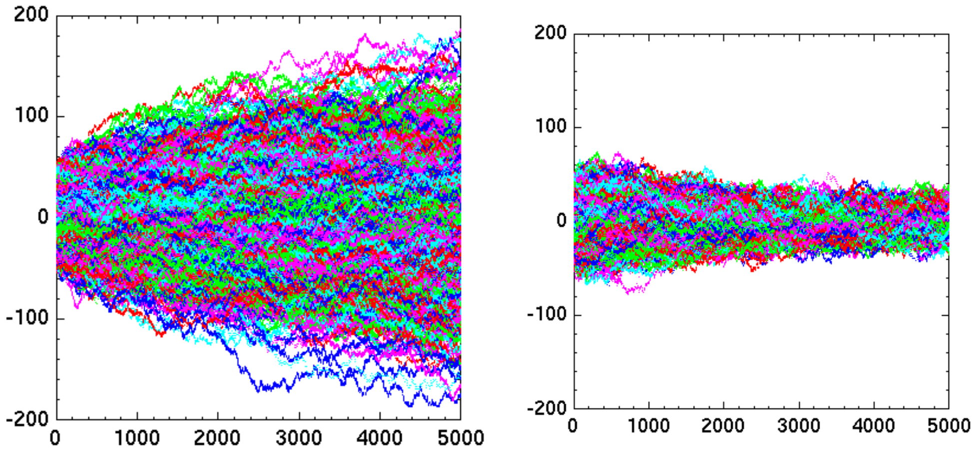
controle pela norma 2

Vemos acima a trajetória de 100 partículas por 5000 iterações, com parâmetro 4 e variação máxima 0,1. As condições iniciais são arbitrariamente distribuídas entre -50 e 50. Antes de tudo, notemos que as figuras acima mostram que a conjectura inicial de que seria possível controlar-se a difusão de um sistema com muitas partículas através de variações mínimas nos seus parâmetros procede nesta escala. Vê-se que neste caso o método da norma 2 é o mais eficiente, enquanto o método do sup apenas evita que as trajetórias se espalhem.

Aqui temos o mesmo sistema anterior, mas controlado para dirigir-se a uma condição inicial diferente da origem.



Nas figuras abaixo, são iteradas 1000 condições iniciais simultâneas. À esquerda, o sistema livre, e à direita, sob controle com norma 2. Há uma queda na precisão do controle como esperado, mas o caráter de difusão pôde ser manipulado com sucesso.



Naturalmente, uma infinidade de parâmetros diferentes pode ser testada; os casos aqui expostos foram escolhidos de forma a tentar passar alguma idéia do que se pode esperar dos demais. Como sempre, estou disponível para quaisquer dúvidas ou comentários.

3 Sonhos da alma...

Então é o fim. E enfim é o tão esperado desfecho dos esforços destes quatro anos maravilhosos que passei no CCM. Gostaria de deixar registrado neste relatório meus agradecimentos a todos os que acreditam em nós, e consequentemente em nosso curso, e especialmente aos que acrescentaram empenho a essa fé. Talvez amanhã eu esqueça que fui aluno da USP, talvez amanhã eu esqueça que tenho um diploma, talvez amanhã eu não precise de mais nada disso. Talvez eu já não precise. Mas eu jamais vou deixar de lembrar com carinho das pessoas que fizeram da minha entrada na vida adulta uma experiência construtiva, libertadora e feliz. Até sempre.

Essa história entrou por uma porta e saiu pela outra
Quem quiser que conte outra!
-Gigi (Turma do Bambalalão)

Referências

[1] T. Shinbrot, E. Ott, C. Grebogi, J.A. Yorke, Using Chaos to Direct Trajectories to Targets, Phys. Rev. Lett. 65 (1990) 3215-3218

[2] T. Shinbrot, E. Ott, C. Grebogi, J.A. Yorke, Using chaos to direct orbits to targets in systems describable by a one-diensional map, Phys. Rev. A 45 (1992) 4165-4168

[3] R. Klages, Simple Maps with Fractal Diffusion Coefficients, Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 387-390

[4] R. Klages, J.R. Dorfman, Simple deterministic dynamical systems with fractal diffusion coefficients, Phys. Rev. E (1999) 5361-5383

[5] R. Klages, Deterministic Diffusion in One-Dimensional Chaotic Dynamical Systems, Wissenschaft und Technik Verlag (1996) ISBN 3-928943-49-9

[6] Os 3 relatórios anteriores estão disponíveis através do sítio http://cecm.usp.br/~eris/cositas/

Alexandre Hannud Abdo   Prof. Dr. Celso Grebogi