

Relatório de Iniciação Científica à Direção do Curso de Ciências Moleculares

Aluno: Alexandre Hannud Abdo
Orientador: Prof. Dr. Celso Grebogi

São Paulo, Junho de 2002

1 Previously on This Project...

Durante o segundo semestre de 2001, o primeiro semestre do projeto, foi proposto um problema e tudo que se fez foi estudar os fundamentos das diferentes áreas que o envolviam, a lembrar, controle de caos e difusão caótica. A idéia era encontrar uma forma de aplicar o controle no sistema difusivo de forma a alterar significativamente alguma propriedade macroscópica como coeficientes de difusão. Ao final desse estudo, algumas dificuldades já apareciam, que serão mencionadas adiante.

2 2002 - Dog With Two Bones

Tendo compreendido melhor a teoria envolvida, um passo natural para o início do novo semestre seria montar um modelo computacional com algumas idéias cruas mas palpáveis para ao menos ter uma referência. Mas, durante o estudo para construir o modelo, uma das dificuldades que haviam chamado muita atenção anteriormente revelou-se intransponível dentro dos moldes previstos. Acontece que a literatura de difusão caótica, especialmente no que tange o cálculo de coeficientes de difusão, sempre supõe que o sistema estudado é autônomo, isto é, que sua dinâmica não depende do tempo; entre outras coisas isso permite a aplicação do Teorema Ergódico de Birkhoff. Por outro lado, quando controlamos um sistema, cria-se necessariamente uma dependência temporal e ele torna-se não autônomo, portanto passa a ser impossível tratar o sistema controlado à luz da teoria atual. Após certificar essas conclusões e definir com a clareza necessária o que era desejado, não restaram alternativas a buscar...

3 “...something completely different”

Como o cão que queria pegar o reflexo do seu osso no lago, e ficou sem osso nenhum, fomos obrigados a buscar um outro; isto é, ficou claro que não basta

apenas adaptar uma ou outra teoria, é preciso encontrar uma maneira nova de trabalhar. Isso levou de volta a uma proposta que surgira anteriormente, ainda em 2001, mas havia de início sido posta de lado (por desviar do enfoque que buscávamos à época): a de controlar simultaneamente a trajetória de múltiplas partículas sob a ação de uma mesma dinâmica. Isso permitiria a formulação do problema de controle de várias partículas sob difusão caótica de uma forma inteligível e solucionável, ao mesmo tempo que naturalmente proveria um método para executar esse controle e testá-lo. Porém, apesar da teoria de controle de caos incluir a possibilidade de aplicá-la a sistemas multidimensionais com vários graus de liberdade, este caso é diferente porque não permite correções independentes na dinâmica (trajetória) de cada variável (partícula), pelo contrário, deseja-se encontrar uma correção única que baste para controlá-las todas. A existência de tal correção para um sistema de dimensão (número de partículas) arbitrária ainda está sendo discutida, mas as expectativas são de que para um número de partículas finito seja possível obtê-la. Como última consideração, a consequência mais imediata dessa necessidade de um controle unificado, uma vez convencidos de que para um dado caso é possível satisfazê-la, é a crescente complexidade do algoritmo de controle e da análise da dinâmica necessária para obtê-lo.

3.1 Considerações sobre o Teorema de Birkhoff

No último relatório foram expostas com algum detalhe as teorias sobre as quais se está trabalhando, portanto neste dispensa-se tal introdução; por outro lado, é interessante discutir onde o Teorema Ergódico de Birkhoff aparece para que se tenha uma idéia melhor das consequências da sua não validade. As hipóteses relevantes do teorema são que o sistema seja autônomo e ergódico. Como caos inclui ergodicidade, a autonomia do sistema é a única coisa vital neste contexto. Então a 'hipótese ergódica', como os físicos gostam de chamar a tese do teorema (por razões históricas), afirma que as médias temporais das trajetórias do sistema serão todas (a menos de um conjunto de medida nula) iguais, e serão também iguais à média espacial do sistema. A consequência mais importante disso é que basta analisar o comportamento médio espacial do sistema, ou a trajetória média de uma única partícula, para conhecer a trajetória média de todas as partículas. Portanto passa a ser possível realizar cálculos referentes ao movimento de várias partículas sem precisar lidar com cada uma delas, o que é extremamente valioso para a teoria de transporte. No contexto do projeto, isso permitiria reduzir o problema de controle ao caso já conhecido de uma única trajetória, mas a perda de autonomia do sistema controlado, mesmo que mínima, impede o uso desse teorema.

4 E la nave va...

Enfim, boa parte do semestre foi dedicada ao esclarecimento e busca de confirmação dos problemas apresentados sobre o modelo velho, assim só comecei

a desenvolver e lidar com o novo tema recentemente. O projeto não teve o progresso que eu imaginei, mas por outro lado ficou bem mais interessante. Outra boa notícia é que me inscrevi para um seminário/workshop em agosto cujo tema é “Microscopic Chaos and Transport in Many-Particle Systems”; minha inscrição foi aceita e eu escolhido para apresentar um pôster, portanto vou ter uma boa oportunidade de buscar outras perspectivas com gente de todo o mundo. Claro que isso implicará na minha ausência durante um mês dos cursos regulares, portanto estou à disposição para fornecer mais detalhes se a comissão julgar necessário.

Referências

- [1] C. Grebogi, Y.-C. Lai, Controlling chaotic dynamical systems, *Systems & Control Lett.* 31 (1997) 307-312
- [2] T. Shinbrot, E. Ott, C. Grebogi, J.A. Yorke, Using Chaos to Direct Trajectories to Targets, *Phys. Rev. Lett.* 65 (1990) 3215-3218
- [3] T. Shinbrot, E. Ott, C. Grebogi, J.A. Yorke, Using chaos to direct orbits to targets in systems describable by a one-dimensional map, *Phys. Rev. A* 45 (1992) 4165-4168
- [4] R. Klages, Simple Maps with Fractal Diffusion Coefficients, *Phys. Rev. Lett.* 74 (1995) 387-390
- [5] R. Klages, J.R. Dorfman, Simple deterministic dynamical systems with fractal diffusion coefficients, *Phys. Rev. E* (1999) 5361-5383
- [6] R. Klages, *Deterministic Diffusion in One-Dimensional Chaotic Dynamical Systems*, Wissenschaft und Technik Verlag (1996) ISBN 3-928943-49-9
- [7] A. S. Wightman, *Statistical Mechanics and Ergodic Theory: An Expository Lecture*, Symposium in Honor of Professor Uhlenbeck (1971)
- [8] Y. Shang, G. Hu, S. Chen, H. A. Cerdeira, Controlling global stochasticity in Hamiltonian Systems by nonlinear perturbation, Preprint (2002)

Alexandre Hannud Abdo

Prof. Dr. Celso Grebogi